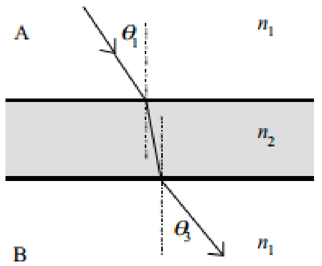
ESERCIZI RIFLESSIONE E RIFRAZIONE SVOLTI

Esercizio 13.1

Un fascio di luce passa dalla regione A alla regione B di un mezzo con indice di rifrazione n_1 attraverso una spessa lastra di materiale il cui indice di rifrazione è n_2. Di quale angolo viene deviato il fascio emergente rispetto al fascio incidente?



Soluzione:

Utilizzando la legge di Snell per l'interfaccia superiore si ha

$$\operatorname{sen}\theta_2 = \frac{n_1}{n_2}\operatorname{sen}\theta_1 ,$$

mentre per l'interfaccia inferiore si ha

$$\operatorname{sen}\theta_3 = \frac{n_2}{n_1}\operatorname{sen}\theta_2 .$$

Sostituendo la prima espressione nella seconda, si ottiene dunque

$$\operatorname{sen}\theta_3 = \frac{n_2}{n_1}\left(\frac{n_1}{n_2}\operatorname{sen}\theta_1\right) = \operatorname{sen}\theta_1 ,$$

cioè $\theta_3 = \theta_1$ e lo strato non altera la direzione del fascio.

Determinazione dell'angolo di rifrazione

Un raggio incide sulla superficie di separazione tra aria e acqua con un angolo di incidenza di 46°. L'indice di rifrazione dell'acqua è 1,33. Determina l'angolo di rifrazione quando il raggio passa:

- dall'aria all'acqua.
- dall'acqua all'aria.

Ragionamento

Applichiamo la legge di Snell a entrambe le situazioni, ricordando che nella prima il raggio incidente proviene dall'aria, mentre nella seconda proviene dall'acqua. Teniamo conto di questa differenza indicando con il pedice 1 le variabili associate al raggio incidente e con il pedice 2 le variabili associate al raggio rifratto.

Soluzione

- Il raggio incidente proviene dall'aria, perciò $\theta_1 = 46°$ e $n_1 = 1{,}00$. Il raggio rifratto è nell'acqua, perciò $n_2 = 1{,}33$. Per trovare l'angolo di rifrazione θ_2 possiamo usare la legge della rifrazione:

$$\operatorname{sen}\theta_2 = \frac{n_1 \operatorname{sen}\theta_1}{n_2} = \frac{(1{,}00)(\operatorname{sen} 46°)}{1{,}33} = 0{,}54$$

$$\theta_2 = \operatorname{sen}^{-1}(0{,}54) = \boxed{33°}$$

Poiché θ_2 è minore di θ_1, il raggio rifratto *si avvicina* alla normale, come mostra la figura **14.1A**.

- Quando il raggio incidente proviene dall'acqua otteniamo:

$$\operatorname{sen}\theta_2 = \frac{n_1 \operatorname{sen}\theta_1}{n_2} = \frac{(1{,}33)(\operatorname{sen} 46°)}{1{,}00} = 0{,}96$$

$$\theta_2 = \operatorname{sen}^{-1}(0{,}96) = \boxed{74°}$$

Poiché θ_2 è maggiore di θ_1, il raggio rifratto *si allontana* dalla normale, come mostra la figura **14.1B**.

Problem solving

Osservazione sugli angoli di incidenza e di rifrazione

L'angolo di incidenza θ_1 e l'angolo di rifrazione θ_2 che compaiono nella legge di Snell sono gli angoli che i raggi formano con la normale alla superficie di separazione nel punto di incidenza e non quelli che i raggi formano con la superficie di separazione.

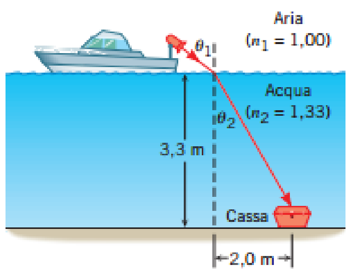


Figura 14.3
Il fascio di luce emesso dalla torcia viene rifratto quando penetra nell'acqua.

Problem solving

Convenzione sull'annotazione degli indici di rifrazione

Ricorda che gli indici di rifrazione sono indicati con n_1 per il mezzo in cui viaggia la luce incidente e con n_2 per il mezzo in cui viaggia la luce rifratta.

ESEMPIO 2 Legge della rifrazione

Trovare una cassa affondata

Il faro di una barca è utilizzato per illuminare di notte una cassa affondata (figura 14.3).

▶ Con quale angolo di incidenza θ_1 deve essere orientato il faro per illuminare la cassa?

Ragionamento e soluzione

Anzitutto calcoliamo l'angolo di rifrazione θ_2:

$$\text{tg}\ \theta_2 = \frac{2{,}0\ \text{m}}{3{,}3\ \text{m}} \quad \text{per cui:} \quad \theta_2 = 31°$$

Gli indici di rifrazione sono n_1 = 1,00 per l'aria e n_2 = 1,33 per l'acqua; dalla legge della rifrazione si ottiene:

$$\text{sen}\ \theta_1 = \frac{n_2\ \text{sen}\theta_2}{n_1} = \frac{(1{,}33)(\text{sen}\ 31°)}{1{,}00} = 0{,}69$$

$$\theta_1 = \text{sen}^{-1}\ (0{,}69) = \boxed{44°}$$

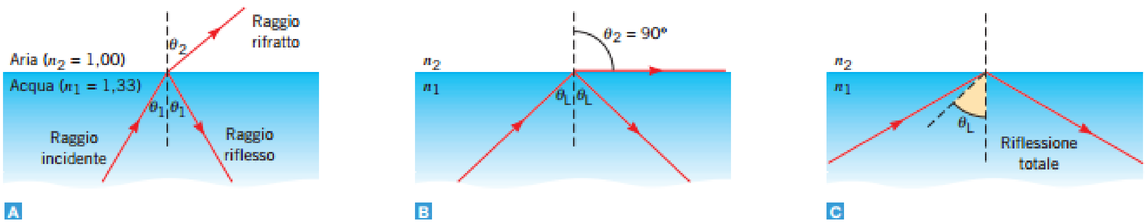


Figura 14.7
A. Quando la luce passa da un mezzo con indice di rifrazione maggiore (per esempio l'acqua) a un mezzo con indice di rifrazione minore (per esempio l'aria), il raggio rifratto si allontana dalla normale.
B. Quando l'angolo di incidenza è uguale all'angolo limite θ_L, l'angolo di rifrazione è di 90°.
C. Quando θ_1 è maggiore di θ_L, il raggio rifratto manca e si verifica la riflessione totale.

ESEMPIO 3 Riflessione totale

Luce attraverso un diamante

Un raggio di luce attraversa un diamante (n_1 = 2,42) e colpisce la superficie di separazione tra l'aria e il diamante con un angolo di incidenza di 28°.

▶ Si ha riflessione totale?

▶ Che cosa avviene se il diamante è immerso in acqua (n_2 = 1,33)?

Ragionamento e soluzione

▶ Dall'equazione (14.4) si ricava che l'angolo limite oltre il quale avviene la riflessione totale alla superficie di separazione tra il diamante e l'aria è:

$$\theta_L = \text{sen}^{-1}\left(\frac{n_2}{n_1}\right) = \text{sen}^{-1}\left(\frac{1{,}00}{2{,}42}\right) = 24{,}4°$$

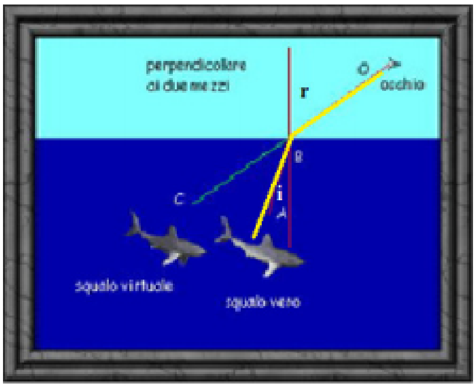
Poiché l'angolo di incidenza di 28° è maggiore dell'angolo limite, manca il raggio rifratto e il raggio di luce viene riflesso all'interno del diamante.

▶ Quando il diamante è immerso nell'acqua l'angolo limite è:

$$\theta_L = \text{sen}^{-1}\left(\frac{n_2}{n_1}\right) = \text{sen}^{-1}\left(\frac{1{,}33}{2{,}42}\right) = 33{,}3°$$

Poiché l'angolo di incidenza di 28° è minore dell'angolo limite, alla superficie di separazione tra il diamante e l'acqua il raggio di luce incidente viene rifratto nell'acqua.

3. Un bambino guarda il suo pesce rosso dentro la vaschetta piena di acqua. I raggi luminosi che escono dall'acqua formano un angolo di incidenza (con la perpendicolare) un angolo di 30°, trovare l'angolo di rifrazione.
*(Guardando la tabella, conosco l'indice di rifrazione dell'aria che è approssimabile a quella del vuoto, cioè 1, e l'indice dell'acqua che è 0,33).*Pertanto:



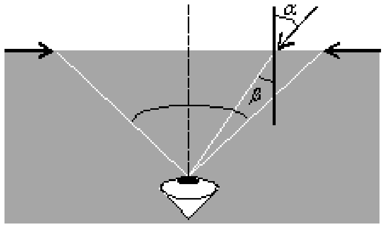
$$\frac{sen\ i}{sen\ r} = n_{Acqua,aria} = \frac{1}{n_{Aria,Acqua}} = \frac{1}{n_{Acqua}} =$$

$$\frac{sen\ 30}{sen\ r} = \frac{1}{1{,}33}$$

$$sen r = 1{,}33 \cdot sen\ 30° = 0{,}665$$

$$\hat{r} = 41{,}7°$$

1. Guardando di giorno il cielo dal fondo di una piscina



($n = 4/3$), si vede la superficie dell'acqua bene illuminata entro un cono che ha un angolo di apertura pari a circa

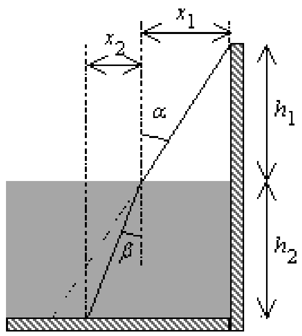
(A) 90° (B) 45° (C) 97 °10'
(D)48° 35' (E) indeterminato

Risposta. L'angolo richiesto è pari al doppio dell'angolo di rifrazione β in corrispondenza di un angolo di incidenza α pari a 90° per la luce proveniente dall'aria. Si ha

$$\frac{\sin\ \alpha}{\sin\ \beta} = \frac{4}{3} \Rightarrow \sin\ \beta = \frac{3}{4} \Rightarrow \beta = 48°35'$$

La risposta è perciò 97° 10'

2. Una telecamera è situata sul bordo di una piscina a una altezza di due metri rispetto al pelo dell'acqua.



Quando la telecamera punta verso la piscina formando un angolo di 30° con la verticale, nel centro del suo campo visivo è inquadrata una moneta che giace sul fondo della piscina, a due metri sotto il pelo dell'acqua. Se l'indice di rifrazione dell'acqua è $n = 4/3$, la distanza orizzontale tra moneta e bordo della piscina è pari a circa

(A) 2.00 m (B) 1.96 m (C) 1.62 m
(D) 2.31 m (E) 1.94 m

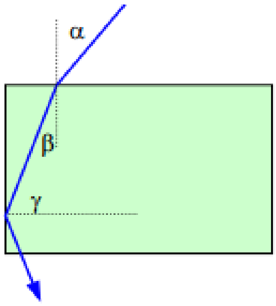
Risposta. I dati geometrici del problema sono $h_1 = h_2 = 2$ m e $\alpha = 30°$. L'angolo di rifrazione β si ottiene da

$$\sin\beta = \frac{\sin\alpha}{4/3} = \frac{3}{8} \Rightarrow \beta = 22°01'$$

La distanza orizzontale della moneta sul fondo è
$d = x_1 + x_2 = h_1 \tan\alpha + h_2 \tan\beta = (1.155 + 0.8093)\text{m} \approx 1.96\text{m}$

☺

Su una lastra di materiale trasparente e di forma rettangolare incide della radiazione luminosa. Si considerino i raggi che dopo aver inciso sulla faccia orizzontale ed essere stati rifratti incidono su quella verticale. A che condizione deve soddisfare l'indice di rifrazione affinché tali raggi subiscano tutti la riflessione totale?.



☹

Indichiamo con n l'indice di rifrazione relativo al passaggio aria-materiale. Affinché ci sia riflessione totale dovrà essere $\sin\gamma > \frac{1}{n}$.

Inoltre $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n$ mentre β e γ sono complementari e cioè $\sin\gamma = \cos\beta$

Pertanto dovrà essere:

$$\frac{1}{n} < \sin\gamma = \cos\beta = \sqrt{1 - \sin^2\beta} = \sqrt{1 - \frac{\sin^2\alpha}{n^2}}$$

Introduciamo per comodità la variabile ausiliaria $x = \frac{1}{n}$ avremo così la disequazione:

$x^2 < 1 - x^2\sin^2\alpha$ e cioè (tenendo conto della positività della variabile):

$x < \frac{1}{\sqrt{1 + \sin^2\alpha}}$ ovvero $n > \sqrt{1 + \sin^2\alpha}$

Affinché questa condizione sia vera per ogni α visto che $\sin^2\alpha \le 1$ dovrà essere $n > \sqrt{2}$

☺

DA SVOLGERE

2) Uno strato di olio minerale $(n_1 = 1{,}47)$ galleggia su uno strato d'acqua $(n_2 = 1{,}33)$ profondo $h = 10\ cm$ in un recipiente. Se la luce impiega lo stesso tempo ad attraversare ortogonalmente i due strati, determinare la profondità dello strato d'olio. Se invece la luce incidesse sulla superficie di separazione dei due mezzi con un angolo di incidenze $i = 30°$ cambierebbe la risposta?

[$h' = 9{,}05\ cm$]

3) La luce passa dal vetro all'aria con un angolo di incidenza $i = 40°$. Qual è l'angolo di rifrazione se l'indice di rifrazione del vetro è $n = 1{,}5$?

[74°]

4) Una lastra di vetro, spessa $2{,}4\ cm$ e di indice di rifrazione $n = 1{,}5$ è posta su di un foglio di carta di giornale. A che distanza dalla superficie superiore della lastra appare la stampa ad un osservatore che guardi dall'alto verso la superficie del vetro?

[$d = 1{,}6\ cm$]

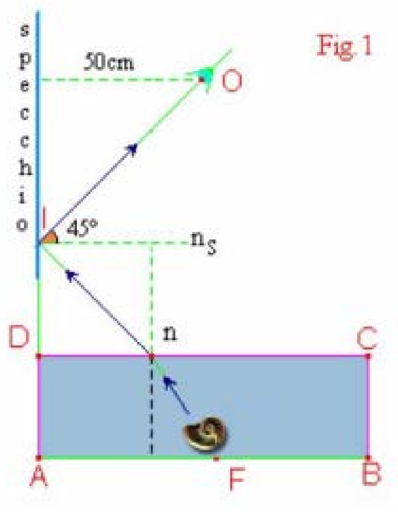
5) Un pezzo di vetro con superficie piana ha un indice di rifrazione $n = 1{,}6$ in aria. Della luce entra dalla superficie ad un angolo di 30° rispetto alla normale. Qual è l'angolo di rifrazione? Se il pezzo di vetro fosse immerso in acqua $(n_{acqua} = 1{,}33)$ quale sarebbe l'angolo di rifrazione?

[18,2°; 24,6°]

6) Trovare l'angolo di riflessione interna totale per la luce che passi dal vetro di indice di rifrazione $n_1 = 1{,}5$ ad aria, acqua $(n_2 = 1{,}33)$ e olio $(n_2' = 1{,}49)$.

[42°; 62°; 83°]

Problema_1) (Una conchiglia invisibile)



Un osservatore O si trova nei pressi di un acquario in cui la profondità dell'acqua è 28cm. Nell'acquario ci sono conchiglie, pesciolini, qualche sasso e della vegetazione. Sulla parete verticale adiacente all'acquario è sistemato uno specchio piano per consentire ai visitatori di osservare il contenuto dell'acquario. L'osservatore, trovandosi a distanza 50cm dallo specchio vi guarda nel punto I situato a 32cm al di sopra del piano della superficie libera dell'acqua contenuta nell'acquario; la direzione OI forma un angolo di 45° con la normale allo specchio. Da quella posizione l'osservatore riesce a vedere una conchiglia. In Fig.1 l'acquario è rappresentato dal rettangolo ABCD e CD rappresenta la traccia sul piano del foglio della superficie libera dell'acqua.

Assumendo uguali ad **1 (uno)** l'**indice di rifrazione** dell'**aria** e **1,33** quello dell'**acqua**, risolvere i quesiti che seguono.

a) Indicato con F il punto della base dell'acquario in cui è poggiata la conchiglia, determinare la lunghezza del percorso seguito dal raggio di luce che parte da F e va a colpire l'occhio dell'osservatore precisando in particolare le ampiezze degli angoli formati con la normale alla superficie libera dell'acqua e la normale allo specchio.